補講　図形と方程式　※補講には【CHECK & UP】はありません．

1　座標平面上の円 $x^2+y^2=1$ を C とする．a を正の実数とし，点 A(0, 1) を通り，傾きが a の直線を l とする．C と l の共有点のうち A と異なるものを P とし，l と直線 $y=-2$ との交点を Q とする．また，P における C の接線を m とし，m と直線 $y=-2$ との交点を R とする．実数 a が正の値をとって動くとき，線分 QR の長さの最小値を求めよう．

(1)　l の方程式は $y=$ ア $x+$ イ であり，P の x 座標は

$$\frac{-\boxed{ウ}a}{a^{\boxed{エ}}+\boxed{オ}}$$

である．また，m の方程式は

$$\boxed{カ}ax+(a^{\boxed{キ}}-\boxed{ク})y+a^{\boxed{キ}}+\boxed{ケ}=0$$

である．

(2)　線分 QR の長さを s とすると

$$s=\frac{a^2+\boxed{コ}}{\boxed{サ}a}$$

となる．したがって，実数 a が正の値をとって動くとき，s の最小値は $\sqrt{\boxed{シ}}$ であり，そのときの a の値は $\sqrt{\boxed{ス}}$ である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 座標平面上の 3 点 A(1, 1), B(3, −1), C(7, 3) を通る円を S_1 とし，その中心を D とする．

(1) 直線 AB の傾きは **アイ** であり，直線 BC の傾きは **ウ** であるから，∠ABC は $\dfrac{\pi}{\boxed{エ}}$ に等しい．したがって，S_1 の中心 D の座標は (**オ** , **カ**)，半径は $\sqrt{\boxed{キク}}$ であり，S_1 の方程式は

$$(x-\boxed{オ})^2+(y-\boxed{カ})^2=\boxed{キク}$$

となる．

k を正の定数とする．点 (0, k) を通り S_1 に接する 2 本の直線が直交するとき，k の値は **ケ** であり，それら 2 本の直線の傾きは

$$\frac{1}{\boxed{コ}} \text{ および } \boxed{サシ}$$

である．

(2) 原点を中心とする半径 1 の円を S_2 とする．点 B を通る S_2 の 2 本の接線のうち，接点の y 座標が正である接線を l とする．このとき，l の方程式は

$$\boxed{ス}x+\boxed{セ}y=\boxed{ソ}$$

である．l と S_1 の二つの交点のうち B と異なる点を E とすれば，E の座標は

$$\left(\frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}, \frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}\right)$$

であり，三角形 BDE の面積は **ト** である．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 座標平面上の直線 $y=-x$ を l で表す．2点 A(2, 0)，B(2, 2) と直線 l 上の点 P(s, $-s$) を考える．ただし，$s\neq 2$ とする．

3点 A，B，P を通る円 C の中心 Q は直線 $y=$ [ア] 上にある．点 Q の x 座標を t とおき，AQ^2，PQ^2 を s，t を用いて表すと

$$AQ^2=t^2-\boxed{イ}\,t+\boxed{ウ}$$

$$PQ^2=t^2-\boxed{エ}\,st+\boxed{オ}\,s^2+\boxed{カ}\,s+\boxed{キ}$$

である．

一方，$s\neq t$ のとき，直線 PQ の傾きは

$$\frac{\boxed{ク}+s}{t-s}$$

である．

円 C が直線 l と接するときの s の値と円 C の方程式を求めよう．円 C と直線 l が接するとき，直線 PQ と直線 l は垂直であるから

$$\frac{\boxed{ク}+s}{t-s}=\boxed{ケ}$$

となり

$$t=\boxed{コ}\,s+\boxed{サ}$$

と表せる．さらに，$AQ^2=PQ^2$ であることより

$$s=\boxed{シ},\ \boxed{ス}$$

となる．ただし，[シ] < [ス] とする．$s=$ [シ] のとき，円 C の方程式は

$$(x-\boxed{セ})^2+(y-\boxed{ソ})^2=\boxed{タ}$$

であり，また $s=$ [ス] のとき，円 C の方程式は

$$(x-\boxed{チ})^2+(y-\boxed{ツ})^2=\boxed{テト}$$

である．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

補講　図形と方程式

1　座標平面上で，連立不等式

$$x^2+y^2\leqq 1,\ \ x+y\leqq 1,\ \ 3x-y\leqq 3$$

の表す領域を D とし，原点を中心とする半径 1 の円を C とする．a を実数とし，点 $\mathrm{A}\left(\dfrac{5}{3},\ 0\right)$ を通り，傾きが a の直線を l とする．l と D が共有点をもつような a の最大値と最小値を求めよう．

(1)　C と直線 $x+y=1$ の共有点の座標は

$(0,\ \boxed{ア})$，$(\boxed{イ},\ 0)$

であり，C と直線 $3x-y=3$ の共有点の座標は

$\left(\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}},\ \dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{エ}}\right)$，$(\boxed{キ},\ 0)$

である．

(2)　C と l が接するのは，$a=\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ または $a=-\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ のときであり，このときの接点の x 座標は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ である．

　したがって，l と D が共有点をもつような a の最大値は $\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ であり，最小値は $\dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タ}}$ である．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　O を原点とする座標平面上に点 A(4, 2) をとり，2 点 O，A からの距離の比が $\sqrt{3}$: 1 である点の軌跡を C とする．

(1)　点 P が C 上を動くとき，三角形 OAP の面積の最大値を求めよう．

P が C 上にあるとき $\mathrm{OP}^2=$ [ア] AP^2 であるから，C は円

$$(x-[\text{イ}])^2+(y-[\text{ウ}])^2=[\text{エオ}] \quad \cdots\cdots①$$

である．

P が円 C 上を動くとき，OA を底辺とする三角形 OAP の高さの最大値は $\sqrt{[\text{カキ}]}$ であるから，三角形 OAP の面積の最大値は [ク] $\sqrt{[\text{ケ}]}$ である．

また，そのときの点 P の座標は

$$\left([\text{コ}]+\sqrt{[\text{サ}]},\ [\text{シ}]-[\text{ス}]\sqrt{[\text{セ}]}\right)$$

または

$$\left([\text{コ}]-\sqrt{[\text{サ}]},\ [\text{シ}]+[\text{ス}]\sqrt{[\text{セ}]}\right)$$

である．

(2)　三角形 OAP の面積が 5 となるような C 上の点 P で，直線 OA の上側にあるものを求めよう．

三角形 OAP の面積が 5 となるのは，P と直線 OA の距離が $\sqrt{[\text{ソ}]}$ となるときである．直線 OA との距離が $\sqrt{[\text{ソ}]}$ であり，直線 OA の上側にある点 (x, y) の軌跡は直線

$$y=\frac{1}{[\text{タ}]}x+\frac{[\text{チ}]}{[\text{ツ}]} \quad \cdots\cdots②$$

である．①と②から，求める点 P の座標は

$$\left([\text{テ}]+[\text{ト}]\sqrt{[\text{ナ}]},\ [\text{ニ}]+\sqrt{[\text{ヌ}]}\right)$$

または

$$\left([\text{テ}]-[\text{ト}]\sqrt{[\text{ナ}]},\ [\text{ニ}]-\sqrt{[\text{ヌ}]}\right)$$

である．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 実数 a に対して，座標平面で，不等式

$$x^2-2ax+y^2-4y+a^2 \leqq 0 \quad \cdots\cdots ①$$

の表す領域を A とし，連立不等式

$$2x+y \leqq 24,\ x \geqq 0,\ y \geqq 0$$

の表す領域を B とする．領域 A と領域 B が共通部分をもつとき，その共通部分を C とする．共通部分 C が a の値によりどのように変化するかを調べよう．

(1) 不等式①は

$$(x-\boxed{ア})^2+(y-\boxed{イ})^2 \leqq \boxed{ウ}$$

と変形できるので，領域 A は，点 (ア ， イ) を中心とする半径 エ の円とその内部である．

(2) 点 (ア ， イ) を中心とする半径 エ の円と直線 $2x+y=24$ が接する場合， オ ． オ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ．

⓪ 領域 A と領域 B は共通部分をもたない

① 共通部分 C は，領域 A と一致するか，または 1 点のみからなる

② 共通部分 C は，領域 B と一致するか，または 2 点のみからなる

③ 共通部分 C は，領域 A と領域 B の和集合に等しい

(3) 領域 A と領域 B が共通部分をもつような実数 a のとり得る値の範囲は

$$\boxed{カキ} \leqq a \leqq \boxed{クケ}+\sqrt{\boxed{コ}}$$

である．

共通部分 C が領域 A と一致するような実数 a のとり得る値の範囲は

$$\boxed{サ} \leqq a \leqq \boxed{クケ}-\sqrt{\boxed{コ}}$$

である．

共通部分 C の面積が，領域 A の面積の半分となるのは

$$a=\boxed{シ},\ \boxed{スセ}$$

のときである．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

補講　図形と方程式

1 (1) 点 A(0, 1) を通り，傾きが a である直線 l の方程式は $y=\boldsymbol{ax+1}$

点 P の x 座標は，$C：x^2+y^2=1$ と l の方程式より y を消去して

$$x^2+(ax+1)^2=1 \qquad (a^2+1)x^2+2ax=0 \qquad x\{(1+a^2)x+2a\}=0$$

$x\neq0$ より　$x=\dfrac{\boldsymbol{-2a}}{\boldsymbol{a^2+1}}$　　このとき y 座標は　$y=a\cdot\dfrac{-2a}{a^2+1}+1=\dfrac{-a^2+1}{a^2+1}$

円 C 上の点 P における接線 m の方程式は，円の接線の公式より

$$\left(\frac{-2a}{a^2+1}\right)x+\left(\frac{-a^2+1}{a^2+1}\right)y=1 \qquad -2ax+(1-a^2)y=a^2+1$$

よって　$\boldsymbol{2ax+(a^2-1)y+a^2+1=0}$

(2) 点 Q の x 座標は，l の式に $y=-2$ を代入して

$$-2=ax+1 \qquad x=-\frac{3}{a}$$

点 R の x 座標は，m の式に $y=-2$ を代入して

$$2ax-2(a^2-1)+a^2+1=0 \qquad x=\frac{a^2-3}{2a}$$

よって線分 QR の長さ s は，

$$s=\frac{a^2-3}{2a}-\left(-\frac{3}{a}\right)=\frac{\boldsymbol{a^2+3}}{\boldsymbol{2a}}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{a^2+3}{a}=\frac{1}{2}\left(a+\frac{3}{a}\right)$$

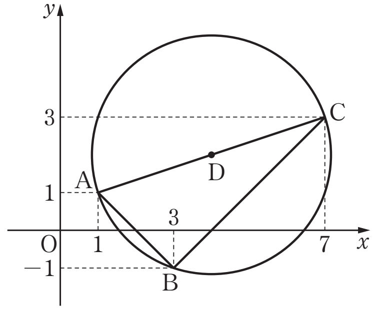
$a>0$ のとき　相加平均と相乗平均の関係より　$a+\dfrac{3}{a}\geqq2\sqrt{a\cdot\dfrac{3}{a}}=2\sqrt{3}$

等号成立は　$a=\dfrac{3}{a}$ より $a^2=3$　　$a>0$ より $a=\sqrt{3}$ のとき

よって　$s\geqq\dfrac{1}{2}\cdot2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

したがって，s の最小値は　$\boldsymbol{\sqrt{3}}$（$a=\boldsymbol{\sqrt{3}}$ のとき）

2 (1) 直線 AB の傾きは　$\dfrac{1-(-1)}{1-3}=\boldsymbol{-1}$



直線 BC の傾きは　$\dfrac{3-(-1)}{7-3}=\boldsymbol{1}$

AB と BC の傾きの積が -1 より

AB⊥BC　よって　$\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{2}}$

したがって，線分 AC の中点が円の中心となるので，中心 D の座標は

$$\left(\frac{1+7}{2},\ \frac{1+3}{2}\right)=(\boldsymbol{4},\ \boldsymbol{2}) \qquad 半径は\quad \mathrm{AD}=\sqrt{(4-1)^2+(2-1)^2}=\boldsymbol{\sqrt{10}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

点 $(0,\ k)$ から S_1 に引いた接線を　$y=mx+k$　つまり　$mx-y+k=0$　とおくと
円の中心と接線の距離が半径と等しいことより

$\dfrac{|4m-2+k|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{10}$　　　$|4m-2+k|=\sqrt{10}\sqrt{m^2+1}$

$(4m-2+k)^2=10(m^2+1)$

$6m^2+8(k-2)m+k^2-4k-6=0$　……①

このmの2次方程式の2解が，2つの接線の傾きであり，
直交条件からその2解の積が -1 である．

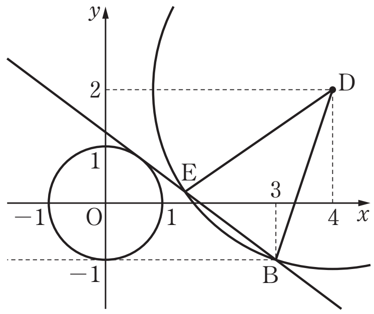
よって，解と係数の関係より　$\dfrac{k^2-4k-6}{6}=-1$

$k^2-4k=0$　　　$k(k-4)=0$　　$k>0$ より　$\mathbf{k=4}$

このとき，①より　$3m^2+8m-3=0$　　$m=\dfrac{1}{3},\ -3$

よって2本の接線の傾きは　$\mathbf{\dfrac{1}{3},\ -3}$

(2)　$l:y=n(x-3)-1$　つまり　$nx-y-3n-1=0$　とおくと，
円の中心と接線の距離が半径と等しいことより



$\dfrac{|-3n-1|}{\sqrt{n^2+1}}=1$　　$(3n+1)^2=n^2+1$

$n(4n+3)=0$　　$n=0,\ -\dfrac{3}{4}$

このうち，接点の y 座標が正になるのは

$n=-\dfrac{3}{4}$ のときで，このとき l は

$y=-\dfrac{3}{4}(x-3)-1=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}$　　つまり　$\mathbf{3x+4y=5}$

l と S_1 との交点は，

$(x-4)^2+\left(-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}-2\right)^2=10$　　$5x^2-22x+21=0$　　$(5x-7)(x-3)=0$

$x=\dfrac{7}{5},\ 3$　　よって　点Eの座標は $\mathbf{\left(\dfrac{7}{5},\ \dfrac{1}{5}\right)}$

$\mathrm{BE}=\sqrt{\left(\dfrac{8}{5}\right)^2+\left(\dfrac{6}{5}\right)^2}=2$　　Dから l までの距離は　$\dfrac{|3\cdot4+4\cdot2-5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=3$

よって，$\triangle\mathrm{BDE}=\dfrac{1}{2}\cdot2\cdot3=\mathbf{3}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　円 C の中心Qは

弦ABの垂直二等分線 $y=\mathbf{1}$ 上にある.

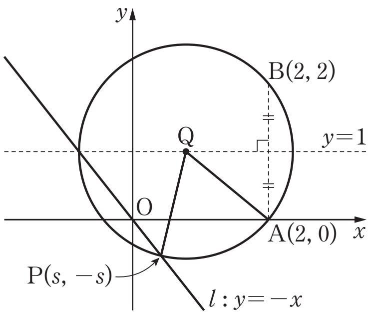
よって，Q$(t,\ 1)$ とおくと

$AQ^2=(t-2)^2+(1-0)^2=t^2-\mathbf{4}t+\mathbf{5}$

$PQ^2=(t-s)^2+\{1-(-s)\}^2$

$=t^2-\mathbf{2}st+\mathbf{2}s^2+\mathbf{2}s+\mathbf{1}$

直線PQの傾きは $\dfrac{1-(-s)}{t-s}=\dfrac{\mathbf{1}+s}{t-s}$



円 C が直線 l に接するとき

直線PQと直線 l は垂直であることより

$\dfrac{1+s}{t-s}\times(-1)=-1$　　$\dfrac{1+s}{t-s}=\mathbf{1}$　　$1+s=t-s$　　よって　$t=\mathbf{2}s+\mathbf{1}$

さらに，$AQ^2=PQ^2$　より

$t^2-4t+5=t^2-2st+2s^2+2s+1$

$-2st+2s^2+2s+4t-4=0$

$t=2s+1$ を代入して

$-2s(2s+1)+2s^2+2s+4(2s+1)-4=0$　　$2s^2-8s=0$　　$s(s-4)=0$

$s=\mathbf{0},\ \mathbf{4}$

$s=0$ のとき　　円 C の中心はQ$(1,\ 1)$　　半径は $AQ=\sqrt{2}$ より

円 C の方程式は　$(x-\mathbf{1})^2+(y-\mathbf{1})^2=\mathbf{2}$

$s=4$ のとき　　円 C の中心はQ$(9,\ 1)$　　半径は $AQ=\sqrt{50}$ より

円 C の方程式は　$(x-\mathbf{9})^2+(y-\mathbf{1})^2=\mathbf{50}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

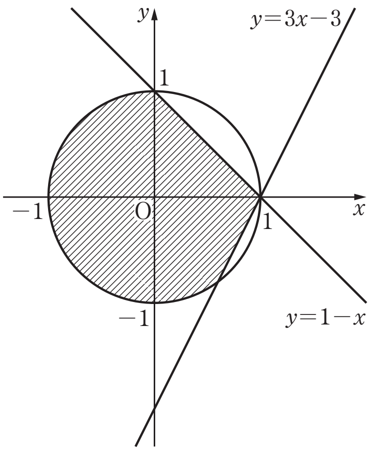
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

補講　　図形と方程式

1　連立方程式 $x^2+y^2 \leqq 1$, $x+y \leqq 1$, $3x-y \leqq 3$ の表す領域は右図のようになる.



(1)　C と $x+y=1$ の共有点の座標は, 右図より

$(0,\ \mathbf{1})$, $(\mathbf{1},\ 0)$

C と直線 $3x-y=3$ の共有点の座標は,

$y=3x-3$ と $x^2+y^2=1$ より

$x^2+(9x^2-18x+9)=1$

$5x^2-9x+4=0$

$(x-1)(5x-4)=0$ より

$x=1,\ \dfrac{4}{5}$

よって求める座標は $\left(\mathbf{\dfrac{4}{5}},\ -\mathbf{\dfrac{3}{5}}\right)$, $(\mathbf{1},\ 0)$ ……(答)

(2)　直線 l の方程式は $y=a\left(x-\dfrac{5}{3}\right)$ つまり $3ax-3y-5a=0$

これと $x^2+y^2=1$ の中心 $(0,\ 0)$ の距離が C の半径 1 と等しいので

$\dfrac{|-5a|}{\sqrt{9a^2+9}}=1$　　$(5a)^2=9a^2+9$　　$a^2=\dfrac{9}{16}$　　よって $a=\pm\mathbf{\dfrac{3}{4}}$

次に接点の座標を求める. 図形の対称性より, 接線の傾きが正であるときを考える.

$a=\dfrac{3}{4}$ のとき　このとき直線 l と垂直で, 円の中心 $(0,\ 0)$ を通る直線は $y=-\dfrac{4}{3}x$ である. これを$x^2+y^2=1$ と連立させると

$x^2+\left(-\dfrac{4}{3}x\right)^2=1$　　$x^2=\dfrac{9}{25}$　　$x=\pm\dfrac{3}{5}$　　図より $x=\mathbf{\dfrac{3}{5}}$　これが接点の x 座標

この接点は, 領域 D 内に存在する.

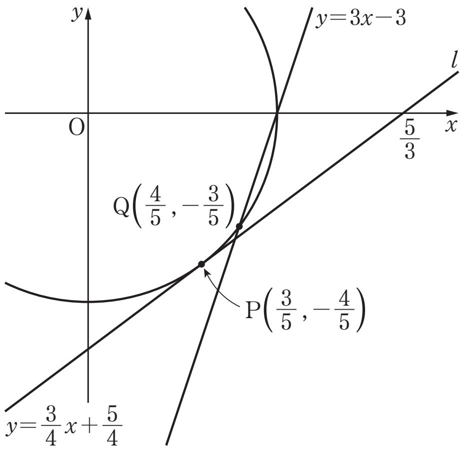
右図より, l と D が共有点をもつとき

a の最大値は, l が円と接し, 傾きが正で

あるときの値で　$a=\mathbf{\dfrac{3}{4}}$

最小値は l が $(0,\ 1)$ を通るときの傾きで,

$a=\dfrac{0-1}{\dfrac{5}{3}-0}=-\mathbf{\dfrac{3}{5}}$



ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 (1) OP：AP＝$\sqrt{3}$：1　より　OP＝$\sqrt{3}$AP　　よって　$OP^2=\mathbf{3}AP^2$

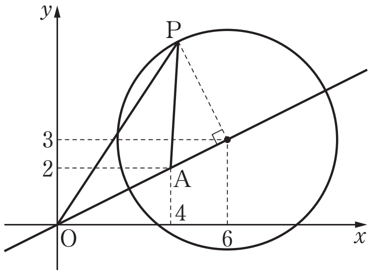
P$(x,\ y)$ とおくと，$x^2+y^2=3\{(x-4)^2+(y-2)^2\}$

$x^2-12+y^2-6y+30=0$

よって点 P の軌跡 C の方程式は　$(x-\mathbf{6})^2+(y-\mathbf{3})^2=\mathbf{15}$　……①

P が円 C 上を動くとき，△OAP の高さが最大になるのは，直線 OA が円によって切り取られる弦の垂直二等分線上に点 P があるときである．

その弦は円の直径であり，求める高さは円の半径である．



したがって，求める高さの最大値は　$\sqrt{\mathbf{15}}$

底辺は OA＝$\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$ より，

三角形の面積の最大値は　$\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{5}\cdot\sqrt{15}=\mathbf{5}\sqrt{\mathbf{3}}$

OA の傾きは $\frac{1}{2}$ より，垂直二等分線の方程式は　$y=-2(x-6)+3=-2x+15$

これを①に代入して　$(x-6)^2+(-2x+12)^2=15$　　$(x-6)^2=3$　　$x=6\pm\sqrt{3}$

よって点 P の座標は　$(\mathbf{6}+\sqrt{\mathbf{3}},\ \mathbf{3}-\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{3}})$ または $(6-\sqrt{3},\ 3+2\sqrt{3})$

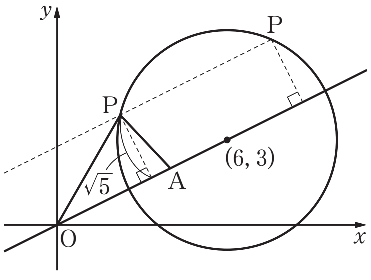
(2) △OAP の面積が 5 になるときの高さを h とすると

$\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{5}\cdot h=5$　より　$h=\sqrt{\mathbf{5}}$

これが直線 OA：$x-2y=0$ と点 P との距離である．

これを満たす点 P の座標を $(x,\ y)$ とおくと

$$\frac{|x-2y|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\sqrt{5}$$



点 P は直線より上側より　$x-2y<0$

よって　$\frac{-(x-2y)}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$　より　$y=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}x+\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}}$　……②

②を①に代入して　$(x-6)^2+\left(\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}-3\right)^2=15$　　$x^2-10x+17=0$

$x=5\pm2\sqrt{2}$

よって点 P の座標は $(\mathbf{5}+\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{2}},\ \mathbf{5}+\sqrt{\mathbf{2}})$ または $(5-2\sqrt{2},\ 5-\sqrt{2})$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

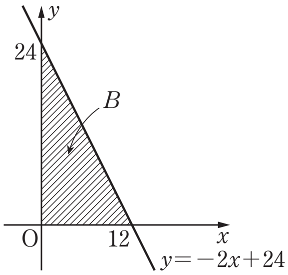
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 (1)　$x^2-2ax+y^2-4y+a^2\leqq 0$　より　$(x-\boldsymbol{a})^2+(y-\boldsymbol{2})^2\leqq\boldsymbol{4}$

よって，領域 A は点 $(a,\ 2)$ を中心とする半径 **2** の円とその内部である．

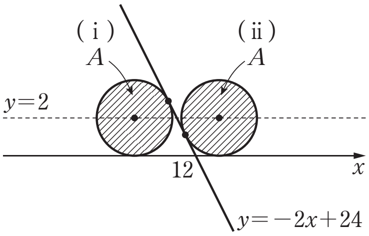
(2)　$y\leqq -2x+24$，$x\geqq 0$，$y\geqq 0$ の表す領域 B は

右図斜線部（境界含む）



点 $(a,\ 2)$ を中心とする半径 2 の円が，

直線 $2x+y=24$ と接するのは下図の場合



よって，領域 A と領域 B の共通部分は，

(ⅰ) **領域 A と一致する**　**または**　(ⅱ) **1 点のみからなる**.

(3)　円 $(x-a)^2+(y-2)^2=4$ と直線 $2x+y-24=0$ が接するのは

$\dfrac{|2a+2-24|}{\sqrt{2^2+1^2}}=2$　つまり　$|2a-22|=2\sqrt{5}$ のとき

このうち，円が直線の上側で接するとき，

$y\geqq -2x+24$ に点 $(a,\ 2)$ があるので，$2\geqq -2a+24$　つまり　$2a-22\geqq 0$

よって　$2a-22=2\sqrt{5}$　より　$a=11+\sqrt{5}$ のとき

また，円が直線の下側で接するとき，$-2a+22=2\sqrt{5}$　より　$a=11-\sqrt{5}$ のとき

円が y 軸と y 軸の左側で接するのは　$a=-2$ のとき

右側で接するのは　$a=2$ のとき

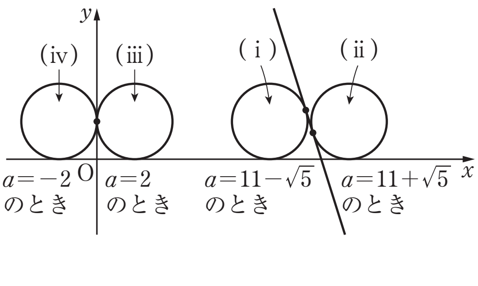
領域 A と領域 B が共通部分をもつような a の範囲は，左下図(ⅱ)から(ⅳ)の間に円があるときで，$\boldsymbol{-2\leqq a\leqq 11+\sqrt{5}}$

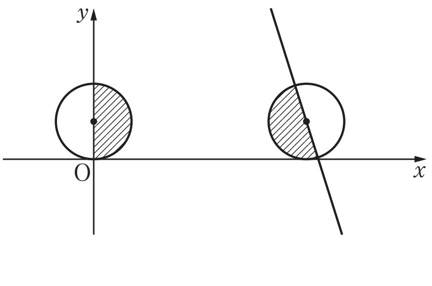
共通部分 C が領域 A と一致するような a の範囲は，左下図(ⅰ)から(ⅲ)の間に円があるときで，$\boldsymbol{2\leqq a\leqq 11-\sqrt{5}}$

共通部分 C の面積が領域 A の面積の半分にあるのは，

領域の境界線 $x=0$，$y=-2x+24$ が円の中心を通るとき（右下図参照）

よって　$a=0$，$2=-2a+24$　より　$a=\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{11}$ のとき





ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。